

Atelier JN Bordeaux 2018 : « Comment gagner plus ou perdre moins aux jeux de la FDJ »

Le petit quiz du grand joueur

Question	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Y a-t-il un espoir de gagner à la roulette ?

La **roulette** (française) est constituée d'un cylindre numéroté de 0 à 36. Une bille tourne dans ce cylindre et s'arrête sur un numéro. Il y a plusieurs façons de miser. Depuis le numéro jusqu'à la parité du numéro. Les gains ne sont bien sûr pas les mêmes. Si on joue sur le pair avec une mise sur le tapis de 1 €, la sortie d'un numéro pair rapporte 1 €, sinon le casino conserve la mise déposée. La probabilité de gagner est alors de $18/37 = 48,64866486\dots\%$ car le zéro n'est pas considéré comme un numéro pair.



Une **martingale** est une technique dont le but est d'augmenter les chances de gain aux jeux de hasard tout en respectant les règles de jeu. Le principe dépend complètement du type de jeu qui en est la cible et, dans de nombreux cas, les règles visent à empêcher la possibilité d'une martingale. Une martingale est donc destinée à optimiser l'espérance mathématique d'une stratégie de jeu. Il en existe de nombreuses, en voici quelques unes.

Quelques martingales

Le rattrapage

Un joueur recense à une table le nombre de fois où les numéros sortis ont été pairs ou impairs, puis, si l'un des deux nombres est bien inférieur à l'autre, il mise dessus en pensant qu'il a plus de chance d'apparaître puisque la loi des grands nombres doit être respectée.

Question 1 : Quelle faute de raisonnement commet notre joueur ?

La martingale classique

On remporte 1 € dans une série de coups en doublant sa mise si l'on perd, et cela jusqu'à ce que l'on gagne. Le joueur initialement mise 1 € sur le pair ; si pair sort, il arrête de jouer et il a gagné 1 € (2 € de gain moins 1 € de mise) ; si impair sort, il double la mise suivante en pariant 2 € sur le pair et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il gagne. A première vue, avec une fortune suffisante et assez de patience, le joueur est assuré de gagner 1 €.

Question 2 : Quelle est l'espérance de mise nécessaire avant d'enregistrer un gain ?

Question 3 : Votre espérance de gain est-elle vraiment de 1 € ?

De plus, pour paralyser cette stratégie, les casinos proposent des tables de jeu par tranche de mise : de 1 à 100 euros, de 2 à 200, de 5 à 500, etc. Impossible donc d'utiliser cette méthode sur un grand nombre de coups, ce qui augmente le risque de tout perdre.

La martingale petit bras

Supposons que vous disposiez d'une somme de 10 000 € et que vous jouiez 100 € à la fois, Vous décidez de vous arrêter lorsque vous avez atteint 11 000 €.

Question 4 : A votre avis, avez-vous plus d'une chance sur deux de réaliser votre objectif ?

Question 5 : Et si vous misez 1 000 € à la fois, aurez-vous plus ou moins de chance d'atteindre votre objectif qu'auparavant ?

Question 6 : Si pour gagner 1 000 € vous acceptez de perdre 10 000 €, quel est, selon vous, la probabilité maximum de gain que vous pouvez espérer en adoptant une stratégie la meilleure possible ?

Pour info

Loi de Dubins et Savage (1956)

Mathématiquement, Lester Dubins et Leonard Savage ont démontré que la meilleure façon de jouer dans un jeu où les probabilités sont défavorables au joueur consiste à miser toujours ce qui permet d'approcher le plus rapidement le but visé. Intuitivement ce résultat semble évident: si à chaque partie on a plus de chances de perdre que de gagner, autant minimiser le nombre de parties jouées. Ce résultat signifie également, qu'à moins de disposer d'une mise de départ infinie, il n'existe pas de stratégies permettant de renverser les probabilités en votre faveur dans un jeu qui vous est défavorable. Il faut noter que même dans le cas d'un jeu équitable, le joueur le plus fortuné est favorisé, tout simplement car il a plus de chances de ruiner son adversaire et donc de l'empêcher de continuer à jouer.

Un autre type de martingale

D'autres types de martingales reposent sur le pari d'un biais systématique. Les tirages ne sont pas exactement équiprobables, suite par exemple à d'infimes différences de poids des boules. Voici par exemple le bilan de 211 jeux successifs :

Numéros sur le cylindre	10	5	24	16	33	1	20	14	31	9	22	18	29	7	28	12	35	3	26	0	32	15	19	4	21	2	25	17	34	6	27	13	36	11	30	8	23
Sorties	4	4	5	9	12	13	11	6	4	6	5	4	4	7	9	8	4	3	5	5	4	11	6	6	4	4	5	4	4	4	6	6	3	4	5	3	4

Question 7 : Les sorties à cette table de jeu peuvent-elles être considérées comme équiprobables ?



Conclusion

Une martingale est destinée à optimiser la probabilité de gagner mais ne change en rien l'[espérance mathématique](#) des gains, qui reste à la défaveur du joueur. Entre toutes les stratégies possibles de jeu, la meilleure possible est de ne pas jouer du tout et sinon le plus prudent est de partir dès le premier succès.

« C'est une illusion que de s'imaginer qu'on augmentera les chances de gains par une ingénieuse disposition des mises et du nombre de coups joués ; tout ce qu'on peut obtenir, c'est d'accroître la valeur possible du gain, en diminuant proportionnellement la probabilité de l'obtenir. » Joseph Bertrand